***Закон сохранения момента импульса.***

Уравнение динамики вращательного движения системы точек

Момент импульса твердого тела при вращательном движении вокруг оси вычисляется как

Тогда уравнение динамики вращательного движения примет вид:

Если тело твердое, то – момент инерции , поэтому, с учетом того, что (угловое ускорение), получаем выражение

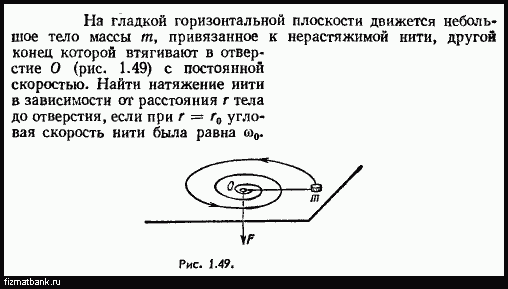
Это уравнение динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси:

*угловое ускорение вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси прямо пропорционально величине момента внешних сил относительно этой оси.*

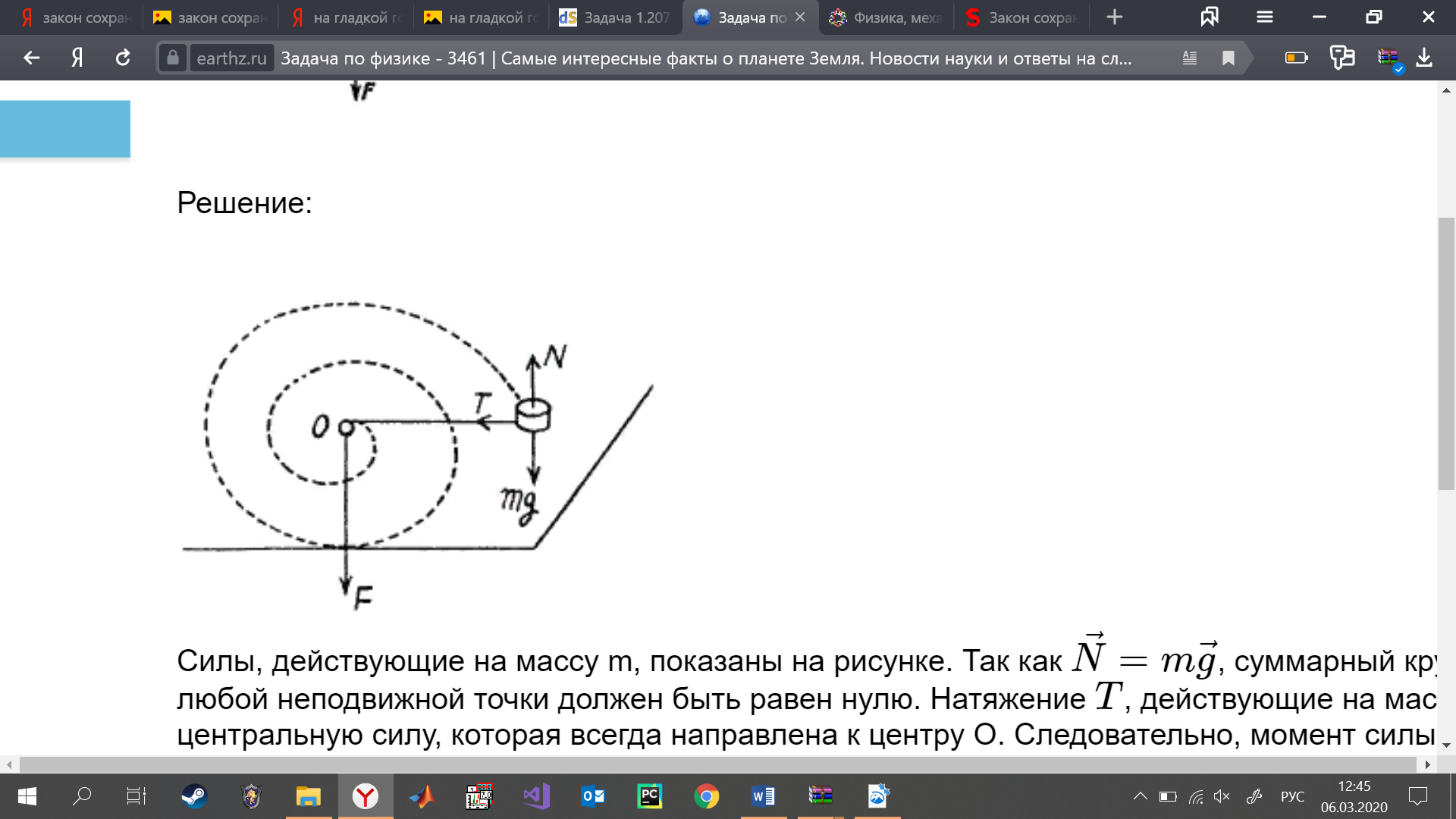
1) Если момент внешних сил, действующих на систему, относительно некоторой точки равен нулю, то сохраняется момент импульса системы относительно этой точки:

2) Если момент внешних сил, действующих на систему, относительно некоторой оси равен нулю, то сохраняется момент импульса системы вдоль этой оси:

1.207. На гладкой горизонтальной плоскости движется небольшое тело массы , привязанное к нерастяжимой нити, другой конец которой втягивают в отверстие (рис.) с постоянной скоростью. Найти натяжение нити в зависимости от расстояния тела до отверстия, если при угловая скорость нити была равна .



*Решение:*



Силы, действующие на массу , показаны на рисунке. Так как , суммарный крутящий момент этих двух сил вокруг любой неподвижной точки должен быть равен нулю. Натяжение , действующие на массу , представляет собой центральную силу, которая всегда направлена к центру . Следовательно, момент силы также равен нулю относительно точки , и поэтому момент импульса частицы сохраняется около 0.

Пусть угловая скорость частицы равна , когда расстояние между отверстием и частицей равно . Применим закон сохранения момента импульса (в силу того, что радиус-вектор положения тела в каждый момент времени направлен вдоль нити, а также сила натяжения нити направлена вдоль нити, момент внешней силы равен нулю - значит момент импульса сохраняется).

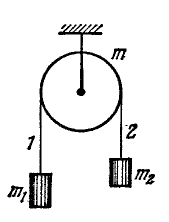
|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Второй закон Ньютона в проекции на направление вдоль нити:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Отсюда искомое натяжение:

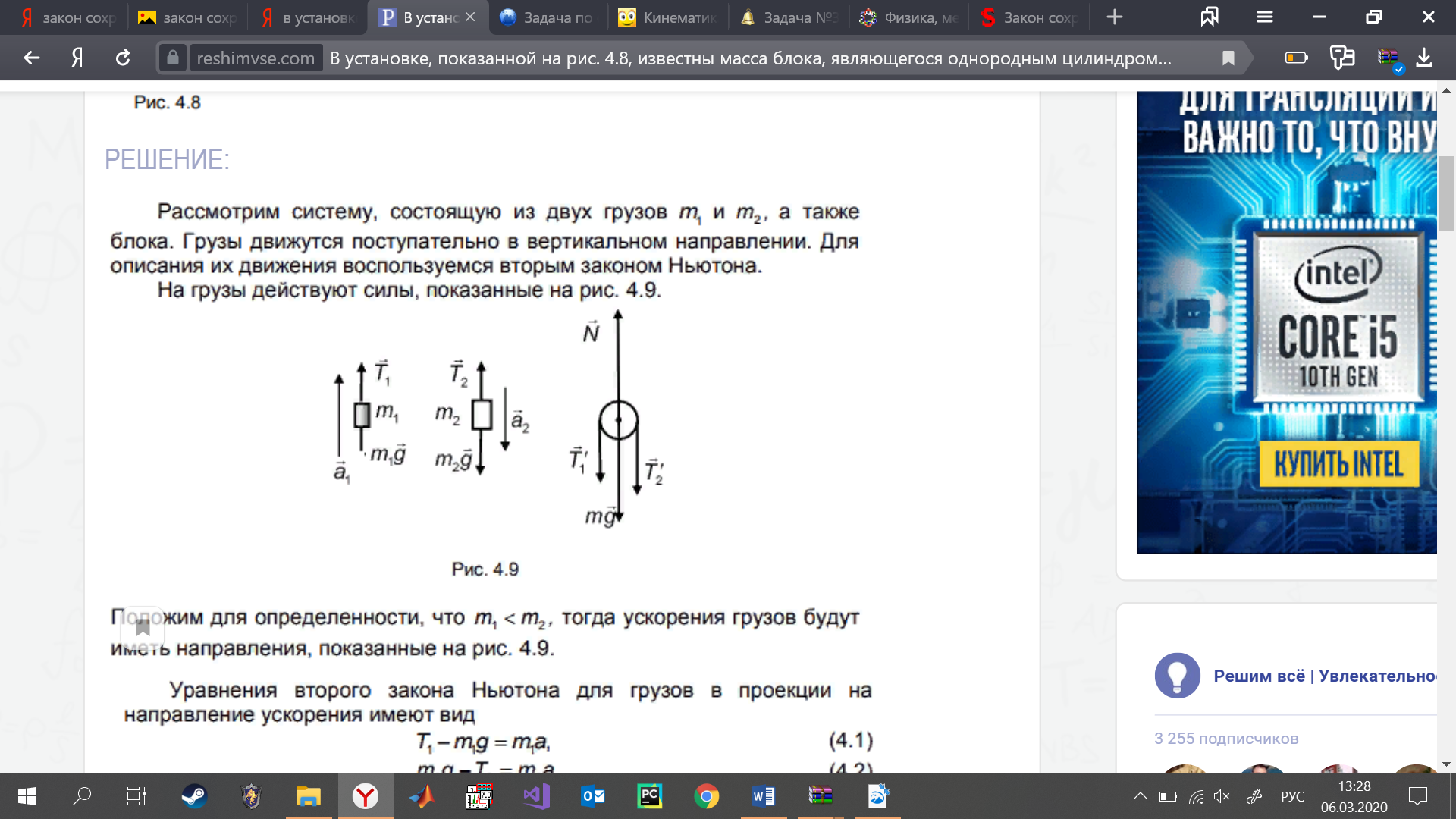
1.266. В установке (рис.) известны масса однородного сплошного цилиндра , его радиус и массы тел и . Скольжения нити и трения в оси цилиндра нет. Найти угловое ускорение цилиндра и отношение натяжений вертикальных участков нити в процессе движения. Убедиться, что при .



*Решение:*

Рассмотрим систему, состоящую из грузов и , а также блока. Грузы движутся поступательно в вертикальном направлении. Для описания их движения воспользуемся вторым законом Ньютона.

На грузы действуют силы, как показано на рис.



Положим для определенности, что , тогда ускорение грузов будут иметь направления, показанные на рис., и отмечая, что .

Уравнения второго закона Ньютона для грузов в проекции на направление ускорения имеют вид

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |
|  | (2) |
|  |  |

Блок вращается вокруг неподвижной оси. Его движение описывается с помощью основного уравнения динамики вращательного движения: .

Найдем моменты сил, действующих на блок, относительно оси блока. Моменты сил и относительно этой оси будут равны нулю. Моменты натяжения будут равны соответственно

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |
|  |  |

Из условия невесомости нити вытекают равенства:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

Момент инерции блока относительно его оси будет

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения для блока относительно оси вращения с учетом (4) и (5), а также правила знаков для моментов сил:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

Поскольку нить предполагается нерастяжимой, то ускорения грузов равны по величине. Отсутствие проскальзывания нити по блоку приводит к тому, что угловое ускорение блока связано с ускорением грузов соотношением

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что силы натяжения нити по разные стороны блока принимают различные значения, за счет чего блок приводится во вращательное движение.

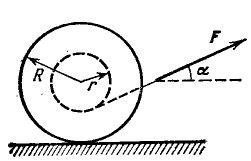
Решая систему уравнений, определяем угловое ускорение блока

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

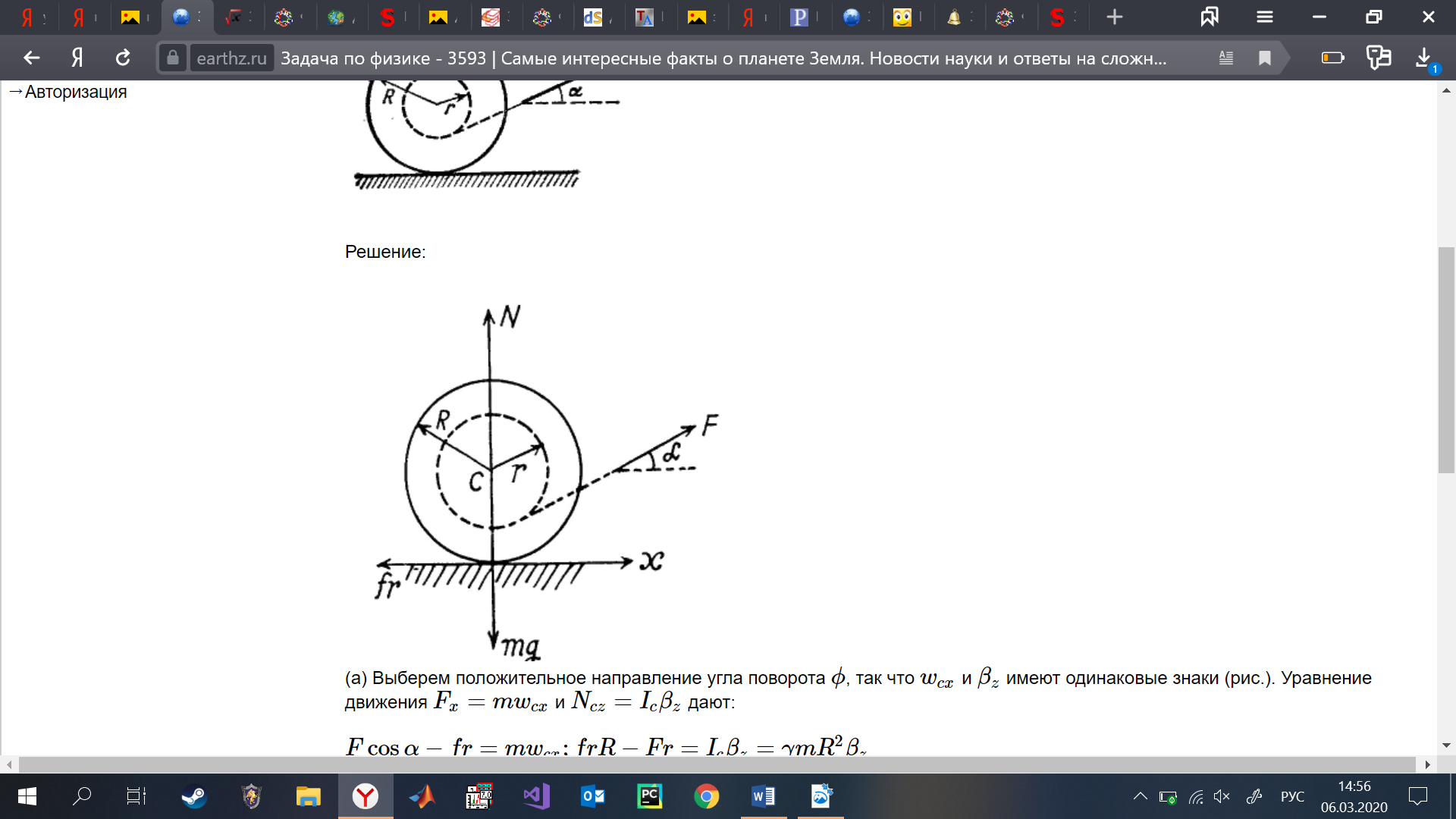
Подставив (8) в (7), находим ускорение грузов, подставив значение которого поочередно в (1) и (2), определяем силы натяжения вертикальных участков нити:

Их отношение:

1.292(а). На горизонтальной шероховатой плоскости лежит катушка ниток массы . Ее момент инерции относительно собственной оси , где — числовой коэффициент, — внешний радиус катушки. Радиус намотанного слоя ниток равен . Катушку без скольжения начали тянуть за нить постоянной силой , направленной под углом к горизонту. Найти: а) модуль и направление вектора ускорения оси катушки.



*Решение:*



На катушку действуют четыре силы: сила тяжести , сила трения покоя , сила реакции опоры и сила . По условию поверхность шероховатая, то есть подразумевается, что катушка начинает двигаться без скольжения, поэтому между поступательной скоростью центра масс катушки и угловой скоростью вращения катушки относительно центра масс ω существует связь , сохраняющаяся во времени благодаря силе трения покоя (она препятствует возникновению проскальзывания). Дифференцируя её, получаем

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Запишем второй закон Ньютона в проекции на поверхность, считая, что катушка будет двигаться вправо (на самом деле направление движения катушки будет зависеть от величины угла α, что будет видно далее):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

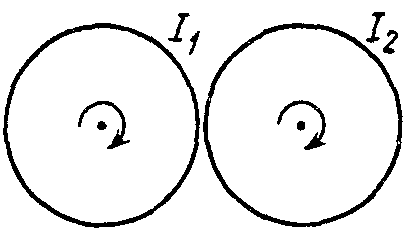
Запишем уравнение моментов относительно оси катушки:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

Вместе с уравнением связи получается три уравнения с тремя неизвестными , и . Выражаем из них :

Как видим, при достаточно малом угле наклона катушка будет двигаться в сторону действия силы , но при углах она двигается влево.

1.282(а). Двум одинакового радиуса дискам сообщили одну и ту же угловую скорость (рис.), а затем их привели в соприкосновение, и система через некоторое время пришла в новое установившееся состояние движения. Оси дисков неподвижны, трения в осях нет. Моменты инерции дисков относительно их осей вращения равны и . Найти: а) приращение момента импульса системы.



*Решение:*